超広角低歪なレンズの高次多項式モデルを用いた カメラキャリブレーション

河西 元^{†1}, 原 祥尭^{†1}, 坪内 孝司^{†1}, 大矢 晃久^{†1}

Camera Calibration with Super-Wide-Angle and Low-Distortion Lens Using Higher Degree Polynomial Model

*Hajime KAWANISHI^{‡1}, Yoshitaka HARA^{‡1}, Takashi TSUBOUCHI^{‡1}, Akihisa OHYA^{‡1}

Abstract— To correct radial distortion of camera lenses, fitting of polynomial model to the distortion is commonly done. Although approximation of radial distortion using low degree polynomial model is sufficient for simple optical structure lens, some kinds of super-wide-angle and low-distortion lens which have complex optical structure cannot be approximated sufficiently by low degree polynomial model. This paper describes the camera calibration method for such lenses using higher degree polynomial model. First, the application of the model to distortion design of super-wide-angle and low-distortion lens is provided. Second, the experiment on calibration of the real lens with the model is presented. As a result, more accurate fitting to radial distortion is done by using higher degree polynomial model.

Keywords: Robot Vision, Visual Sensor, Camera Calibration

1. 緒言

ロボットが自律的に行動するためには、周辺環境の情報を 得るための外界センサが必要不可欠である。特に、3次元的形 状の情報を得るためには、しばしばステレオカメラが用いら れる。3D レーザスキャナと比べると、ステレオカメラは視野 角が限られてはいるが、測定点の密度が高く、また3次元形 状の測定に要する時間が短いなどの利点があるため、視野角 を広くすることができれば応用の範囲が広がると考えられる。

近年、日東光学株式会社と Theia Technologies LLC の共同 開発によって、超広角でありながら低歪なレンズが開発され た。しかし筆者らの経験によれば、OpenCV 2.4 の標準の実 装 [1,2] による歪み補正及びそのための内部パラメータ推定 は、このレンズに対しては不十分であることがわかった。

本稿では、超広角低歪レンズの歪みをより高次な多項式で 近似することで良好な結果が得られることを明らかにする。 ステレオ視の実現を目的としているが、本稿ではその基礎と なる単眼カメラのキャリプレーションについて述べる。また、 実際に超広角低歪レンズを用いキャリプレーションを行った 結果について評価する。

2. カメラキャリブレーションの基礎理論

2.1 カメラ内部パラメータ

透視投影モデルにおいてカメラ座標系での一点 (*X*, *Y*, *Z*) が 画像平面に投影されるとき、その画像平面上での位置 (*x*, *y*) は式 (1) で表される。

$$x = f_x \frac{X}{Z} + c_x, \ y = f_y \frac{Y}{Z} + c_y \tag{1}$$

ここで、 f_x 、 f_y はそれぞれ x 軸、y 軸方向の焦点距離を、 c_x 、 c_y は画像平面上での光軸中心位置を表し、これらのパラメー タはカメラ内部パラメータ (camera intrinsic parameter)と呼 ばれる。また、点(x, y)を受像素子のピクセルサイズで割る ことで、ピクセル単位の値を得る。OpenCV 2.4 の実装におい ては、カメラ内部パラメータはピクセル単位への変換まで行 う係数として扱われる。

2.2 Brown のレンズ歪みモデル

通常、カメラによって撮影した画像には、レンズおよびカメ ラの製造上の問題により歪みが生じる。これらの歪みを補正 するためのモデルについて多数の研究がなされているが、本研 究では OpenCV 2.4 でも用いられている Brown [3] や Brown ら [4] が導出したモデルを使用する。このモデルはレンズ歪み の主な原因である、半径方向歪み(radial distortion)と円周方 向歪み(tangential distortion)の2種類の歪みを扱っている。

半径方向歪みは、レンズの形状が曲面であるために、光線 がレンズに当たった場所に応じて受像素子上での投射位置が 移動することで発生する歪みである。一般的に、単レンズで は光軸から離れるほど移動量は大きくなり、また移動方向は 光軸を中心に等方的である。画像平面上の点(x, y)における 半径方向歪みによる移動量 Δx_r 、 Δy_r は、高次多項式の偶数乗 項を用いた次の近似式で表わされる。

$$\Delta x_r = \left(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \cdots\right) \bar{x}$$
(2)

$$\Delta y_r = \left(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots\right) \bar{y}$$
 (3)

ここで、 $\bar{x} = x - c_x$, $\bar{y} = y - c_y$, $r = [\bar{x}^2 + \bar{y}^2]^{\frac{1}{2}}$ 、係数 k_1, k_2, \ldots は半径方向歪み係数である。光軸から点までの距離 r は像高と呼ばれる。

円周方向歪みは、レンズと受像素子が製造上の問題により 完全に平行でないことにより発生し、主に安価な Web カメラ などで発生する歪みとされる。円周方向歪みによる移動量 Δ*x_t* と Δ*y_t* は、式 (4), (5) で表される。

$$\Delta x_t = \left(2p_1 \bar{x} \bar{y} + p_2 \left(r^2 + 2\bar{x}^2\right)\right) \left(1 + p_3 r^2 + \cdots\right)$$
(4)

$$\Delta y_t = \left(p_1 \left(r^2 + 2\bar{y}^2 \right) + 2p_2 \bar{x} \bar{y} \right) \left(1 + p_3 r^2 + \cdots \right)$$
(5)

ここで、係数 *p*₁, *p*₂, ... は円周方向歪み係数である。

上記の2種類の歪みを合わせ、次のモデルによって点 (\bar{x}, \bar{y}) のレンズ歪みによって移動した位置 (x_d, y_d) を得る。

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} + \Delta x_r + \Delta x_t \\ \bar{y} + \Delta y_r + \Delta y_t \end{bmatrix} = \left(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \cdots\right) \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}$$

^{‡1} 筑波大学 大学院 システム情報工学研究科

^{‡1} Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

+
$$\begin{bmatrix} (2p_1\bar{x}\bar{y}+p_2(r^2+2\bar{x}^2))\\ (p_1(r^2+2\bar{y}^2)+2p_2\bar{x}\bar{y}) \end{bmatrix} (1+p_3r^2+\cdots)$$
(6)

OpenCV 2.4 では半径方向歪みに有理関数モデル (rational function model) [5] を使い、半径方向歪みの近似を 6 次の項 まで、円周方向歪みの近似を p_1 , p_2 までで打ち切った式 (7) のモデルを扱っている。

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_d \\ \bar{y}_d \end{bmatrix} = \frac{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6}{1 + k_4 r^2 + k_5 r^4 + k_6 r^6} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} (2p_1 \bar{x} \bar{y} + p_2 (r^2 + 2\bar{x}^2)) \\ (p_1 (r^2 + 2\bar{y}^2) + 2p_2 \bar{x} \bar{y}) \end{bmatrix}$$
(7)

ここで、 $\bar{x} = \frac{x-c_x}{f_x} = \frac{X}{Z}, \ \bar{y} = \frac{y-c_y}{f_y} = \frac{Y}{Z}, \ r = [\bar{x}^2 + \bar{y}^2]^{\frac{1}{2}}$ である。 ただし、歪み補正・ステレオ平行化に用いる関数がこのモデル に対応していない。また、モデルが適用されるのはZ = 1平 面上のスケールである。

2.3 Zhang の手法によるカメラキャリブレーション

本研究では、Zhang の手法[6]を基にしたキャリブレーショ ン方法を用いた。この手法では、平面物体上のテクスチャか ら撮影した画像上で特徴点を検出して、平面物体上の位置と 対応づけることで物体平面から画像平面への射影変換を推定 して利用する。この射影変換は、外部パラメータ(平面物体 とカメラの相対的な位置関係)による投影と、内部パラメー タによる受像素子への投影が合成されたものになっている。 異なる位置関係条件で撮影された複数枚の画像と射影変換か ら、それらの間で共通である内部パラメータを、閉じた解法 (Closed-Form Solution)によって分離することができる。た だし、歪みについては閉じた解法で扱うことができないため、 Zhang の手法では、以下のような手順をとる。

- 1) 撮影画像中での特徴点から射影変換を推定する
- 2) 歪みがないものとして上記の閉じた解法によるパラメー タを計算する
- 3)得られたパラメータを初期値とし、レンズ歪みも考慮した 投影モデルを用いて反復解法でパラメータを最適化する

2.4 反復解法によるパラメータ最適化について

N 個の特徴点を持つ平面物体を撮影した画像が K 枚存在す るとき、式 (8)の再投影誤差を最小化することでパラメータを 推定できる。また、このときの全特徴点に対する再投影誤差 の RMS (Root Mean Square)は式 (9)で得られる。

$$error = \sum_{i}^{K} \sum_{j}^{N} ||m_{ij} - \check{m}(A \cdot D, R_{i}, T_{i}, M_{ij})||^{2}$$
(8)
$$RMS \ error = \sqrt{\frac{1}{KN} \sum_{i}^{K} \sum_{j}^{N} ||m_{ij} - \check{m}(A, D, R_{i}, T_{i}, M_{ij})||^{2} }$$
(9)

ここで、*A* はカメラ内部パラメータ行列、*D* はレンズ歪み係数 からなる列 (*k*₁, *k*₂, ..., *p*₁, *p*₂, ...)、*R_i*、*T_i* は *i* 番目の画像に おける外部パラメータ、*m_{ij}* は画像中での特徴点の位置、*M_{ij}* は 平面物体上での位置である。関数 *m* は、与えられたパラメータ に基づいて、式 (6) などによって点 *M_{ij}* を受像素子上の点に投 影する再投影関数である。最小化には、Levenberg-Marquardt 法などの反復法が用いられる。

Table 1Specification of MY125M.

型番	MY125M
画角 (水平, 垂直)	125, 109 [deg]
適合受像素子	1/3"CCD (CMOS)
ディストーション	-3.0%以下(水平)
焦点距離	1.28 [mm]
レンズマウント	Cマウント

3. 高次多項式を用いたレンズ歪み補正

式(2),(3) に示した通り、従来の Brown のモデルでは半径方 向歪みを光軸からの距離に依存する関数として、高次多項式 の偶数乗項を用いて近似している。近似精度については、安 価な Web カメラなどでは4次から6次までの低い次数で十分 な近似が可能とされ、式(7)のように6次で近似を打ち切った モデルがよく用いられる。しかし低歪なレンズでは複数のレ ンズにより光学的に歪みを補正しているものが多く、そのた め式(7)のように6次で打ちきった多項式では不十分な場合 もある。本研究では、より大きい次数の高次多項式モデルに よる超広角低歪レンズの歪み補正を試みた。

ここで、理想的な像高と歪んだ後の像高の組 $(r_i, r'_i)(i = 0, 1, ..., N)$ が存在するとする。このとき r_i に対する r'_i の最大次数 2L の多項式モデルによる近似値 \hat{r}_i は、式 (10)で得られる。反復法を用いて式 (11)の誤差関数を最小化するパラメータを求めることで、モデルの当てはめが行える。また、式 (12)によって、各データ点についての RMS 誤差を得られる。

$$\hat{r}_i = (1 + k_1 r_i^2 + k_2 r_i^4 + \dots + k_L r_i^{2L}) r_i$$
 (10)

$$error = \sum_{i}^{n} ||\hat{r_{i}} - \hat{r}_{i}||^{2}$$
(11)

$$RMS \ error = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i}^{n} ||\dot{r_i} - \hat{r}_i||^2}$$
(12)

式 (10) を実際のキャリブレーションに用いる場合、式 (8) の再投影関数の中に、以下の式 (13) を組み込むことになる。 本実験で用いたレンズ歪みモデルは、以下の式 (13) となる。

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots + k_L r^{2L}) \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}$$
(13)

ここで、円周方向歪みのほとんどないカメラを想定し、 $p_i = 0$ (i = 1, 2, ...)としている。以上の式において最大次数 2L を 8 次以上に選ぶことで、超広角低歪なレンズにおいてもよい当てはめが可能となる。

4. 半径方向歪みの設計値に対するモデル当てはめ

超広角低歪レンズの半径方向歪みの設計値に対して高次 多項式モデルを当てはめ、最大次数を変えながら誤差を評価し、近似精度を評価する。本実験では、超広角低歪レンズ MY125Mを使用する。Table 1 にレンズの製品情報を示す。

開発元より、Fig.1に示す MY125M の理想的な像高に対す る半径方向歪みの設計値を入手した。Fig.1の縦軸は半径方向 歪みによる移動率である。Fig.2にこれを移動量に変換した ものを示す。この移動量は OpenCV 2.4 の実装にならい、像 高を MY125M の焦点距離で割ったスケールとしている。

Fig. 2 のデータに対して、Levenberg-Marquardt 法による式 (10) のモデルの当てはめを行った。このとき、係数の初期値



Fig. 1 Radial distortion design of MY125M (provided by Nitto Kogaku K.K.).



Fig. 2 Distorted imaged-height design of MY125M (provided by Nitto Kogaku K.K.).

Table 2Maximum error and RMS error of each degree of apolynomial.

Degree of	Max error	RMS error
a polynomial	[µ m]	[µm]
4	9.2593	0.7085
6	1.8670	0.1716
8	1.7081	0.1698
10	0.8764	0.0775
12	0.3797	0.0290
14	0.3394	0.0283
16	0.3404	0.0238
18	0.2551	0.0255
20	0.3116	0.0286
22	4.2157	0.3545
24	9.6190	0.7513

は0とし、式(10)の最大次数2Lを4次から24次まで変化 させた。Fig. 3、Fig. 4、Fig. 5に各次数毎の当てはめによる近 似点を示す。Fig. 6、Fig. 7、Fig. 8に各次数の各点での誤差 を示す。また、Table 2に各次数ごとの各データ点についての RMS 誤差と最大誤差を示す。最大誤差は4次~18次の間で 概ね次数が増えるに従い低下していき、12次~20次では変化 が小さくなっている。よって、6次~12次での近似を行うの がよいと考えられる。

5. 実際のカメラを用いたキャリブレーション実験

本実験では、実際のカメラを使用し、キャリプレーションに よって諸パラメータを求める実験を行う。カメラには、CCD サイズ 1/3"、ピクセルサイズ 4.65 [µm] である、PointGrey 製の FL2-08S2C を使用する。カメラの最大解像度は 1032 × 776 [pixel] であるが、中心 1024 × 768 [pixel] を画像として取



Fig. 3 Approximate value with degree polynomial model 4-8.



Fig. 4 Approximate value with degree polynomial model 10–16.



Fig. 5 Approximate value with degree polynomial model 18–24.

得する。レンズの焦点距離とカメラの情報から、おおよその カメラ内部パラメータを計算できる。実際はフォーカスの調 整や製造上の問題などから異なる値となるので、これらは反 復法によるパラメータ推定の初期値とする。

Zhang の手法によるパラメータ推定のためには、キャリブ レーションボード上の特徴点を検出する必要がある。OpenCV 2.4 では、市松模様の交点を検出する方法と水玉模様の円の 中心を検出する方法の2つの検出アルゴリズムが実装され ている。本実験では、キャリブレーションボードとして厚さ 5 [mm] のアクリル板にA4 サイズの紙に印刷した図形パター ンを貼ったものを使用する。図形パターンには幅20 [mm] の四角形による市松模様パターンと、20 [mm] 間隔で直径 16 [mm] の円による水玉模様パターンの二種類を選び、特徴 点の配置は共に13×9の配列である。Fig. 9, Fig. 10 に示すよ うにそれぞれのボードで25 枚の画像を撮影し、多項式モデル の次数を6次~12 次に変え、キャリブレーションを行った。

実装には、OpenCV 2.4 を利用した。しかし OpenCV の実 装では式 (7) に示した有理関数モデルが用いられ、半径方向歪 みについて 6 次までしか扱えない。そこで本稿では、式 (13) の 2L = 12 の高次多項式モデルを利用するよう改造を行った。

Table 3 に、各次数ごとの式 (11) にて計算される RMS 誤差 を示す。Table 3 より、実際のキャリブレーションにおいても 次数を増やすことで誤差が低減されていることがわかる。ま た、Fig. 11 に水玉模様・次数 12 のときに得られたパラメータ



Fig. 6 Error of each points with degree polynomial mode 4-8.



Fig. 7 Error of each points with degree polynomial model 10–16.



Fig. 8 Error of each points with degree polynomial model 18-24.



Fig. 9 Images of calibration board with a checker pattern.



Fig. 10 Images of calibration board with a circle dots pattern.

 Table 3 RMS error of each degree of a plynomial and calibration boards.

Degree of	RMS error [pixel]	RMS error [pixel]
a polynomial	(checker pattern)	(circle dots)
6	0.202583	0.205174
8	0.190646	0.201573
10	0.185975	0.190385
12	0.185908	0.189695



Fig. 11 An image undistorted by parameters in circle dots and degree of a polynomial 12.

によって歪み補正を施し、さらに市松模様の辺に直線を上書 きしたものを示す。元の市松模様の辺が直線として現われて おり、歪み補正がうまく行われていることがわかる。

6. 結言

本研究では、超広角低歪レンズ MY125M の半径方向歪みの 設計値について、異なる次数の高次多項式モデルを当てはめ、 近似精度を調べた。その結果、12 次程度まで次数を増やすこ とで、高い近似精度を得られることがわかった。

また、実際に MY125M を装着したカメラの Zhang の手法 によるカメラキャリブレーションを行い、カメラのパラメー タを求めることと歪み補正が可能であることを示した。この とき、特徴点検出方法や近似次数の条件を変えながら再投影 による誤差を求め、実際のキャリブレーションにおいても次 数を増やすことにより誤差が低減されることを示した。

謝辞

本研究の一部は、経済産業省補助金「平成25年度発電用原 子炉等廃炉・安全技術開発費補助金(原子炉建屋内の遠隔除染 技術の開発)」の助成を受けた。

参考文献

- [1] OpenCV.
 - http://opencv.org/
- [2] Gary Bradski, Adrian Kaehler: "Learning OpenCV, Computer Vision with the OpenCV Library", O'Reilly Media, 2008.
- [3] Duane Brown: "Close-Range Camera Calibration", *Photogrammetric Engineering*, vol. 37, no. 8, pp. 855–866, 1971.
- [4] John G Fryer, Daune Brown: "Lens Distortion for Close-Range Photogrammetry", *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, vol. 52, no. 1, pp. 51–58, 1986.
- [5] David Clous: "A Rational Function Lens Distortion Model for General Cameras", Proc. of IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2005.
- [6] Zhengyou Zhang: "A Flexible New Technique for Camera Calibration", *IEEE Trans. on PAMI*, vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, 2000.